

Câu I. (4.5 điểm)

- Một nhóm gồm 16 cầu thủ, trong đó có 4 thủ môn và 12 cầu thủ ở các vị trí khác, được chia ngẫu nhiên thành 4 đội, mỗi đội 4 người. Tính xác suất để mỗi đội có đúng một thủ môn.
- Một hệ thống lọc email phân loại mỗi email vào một trong ba loại: *Thư rác*, *An toàn* hoặc *Đáng ngờ*. Nếu một email thực sự là thư rác thì xác suất để hệ thống phân loại nó vào ba loại trên lần lượt là 80%, 5% và 15%. Nếu một email không phải là thư rác thì xác suất để hệ thống phân loại nó vào ba loại trên lần lượt là 5%, 85% và 10%. Biết rằng 15% tổng số email người dùng nhận được là thư rác thực sự. Hãy tính xác suất để một email đã bị hệ thống phân loại là *Thư rác* thì thực sự đúng là thư rác.
- Cho  $X$  là biến ngẫu nhiên liên tục biểu diễn thời gian (tính bằng giờ) để hoàn thành một công đoạn lắp ráp. Giả sử  $X$  có hàm mật độ xác suất như sau:

$$f(x) = \begin{cases} k \left( x^2 - \frac{x^3}{3} \right) & \text{nếu } x \in [0, 3], \\ 0 & \text{nếu } x \notin [0, 3]. \end{cases}$$

- Tìm giá trị của hằng số  $k$ .
  - Giả sử công đoạn này được phân công cho 10 công nhân thực hiện độc lập và thời gian hoàn thành của mỗi công nhân là các biến ngẫu nhiên độc lập, cùng phân phối với hàm mật độ xác suất  $f(x)$  như trên. Tính xác suất để có ít nhất 2 công nhân hoàn thành công đoạn này với thời gian lớn hơn 2 giờ.
- Một báo cáo cho biết thể tích thực của một loại hộp sữa tuân theo phân phối chuẩn với trung bình 500 ml và độ lệch chuẩn 5 ml. Người ta kiểm tra ngẫu nhiên các hộp sữa và sẽ dừng lại ngay khi tìm được 3 hộp có thể tích lớn hơn 508 ml. Tính xác suất để tổng số hộp sữa phải kiểm tra là đúng 10 hộp.

Câu II. (5.5 điểm)

- Trong vật lý hạt nhân, các máy dò thường được sử dụng để đo năng lượng của một hạt. Để hiệu chuẩn máy dò, người ta chiếu các hạt có mức năng lượng đã biết vào nó. Giá trị tín hiệu thu được từ 15 máy dò khác nhau, đối với cùng một mức năng lượng, là:

260, 216, 259, 206, 265, 284, 291, 229, 232, 250, 225, 242, 240, 252, 236

Giả sử rằng các dữ liệu này là những quan sát được lấy từ một quần thể có phân phối chuẩn  $N(\mu, \sigma^2)$ .

- Tìm khoảng tin cậy 95% cho tín hiệu trung bình  $\mu$ .
  - Nhà sản xuất tuyên bố rằng giá trị tín hiệu trung bình đối với mức năng lượng này là 250. Với mức ý nghĩa 5%, dữ liệu trên có cung cấp đủ bằng chứng để bác bỏ tuyên bố này hay không?
- “Bạn có thường xuyên sử dụng các công cụ AI để hỗ trợ học tập không?” Các nhà nghiên cứu đã đặt câu hỏi này cho một mẫu gồm 800 sinh viên tại một trường đại học.
    - Trong số 450 sinh viên khối ngành khoa học tự nhiên được khảo sát, có 360 người trả lời “Có”. Trong số 350 sinh viên khối ngành khoa học xã hội, có 210 người trả lời “Có”. Với mức ý nghĩa 5%, có đủ bằng chứng để cho rằng tỷ lệ sinh viên sử dụng công cụ AI ở hai khối ngành

này là khác nhau hay không?

b. Dựa trên số liệu của nhóm sinh viên khoa học tự nhiên (360 trên 450 người trả lời “Có”), hãy tìm khoảng tin cậy tối thiểu cho tỷ lệ thực tế của tất cả sinh viên khối ngành này có sử dụng công cụ AI hỗ trợ học tập với độ tin cậy 98%.

3. Một nghiên cứu xem xét mối liên hệ giữa  $x$  là phần trăm hấp thụ ánh sáng tại một bước sóng nhất định và  $y$  là điện áp cực đại đo được. Kết quả thu được từ 8 thí nghiệm được cho trong bảng sau:

$x$	5.2	8.1	11.4	14.8	18.3	21.7	25.6	28.4
$y$	0.18	0.31	0.47	0.63	0.79	0.96	1.10	1.21

Giả sử mô hình hồi quy tuyến tính đơn là phù hợp, hãy tính hệ số tương quan giữa  $x$  và  $y$ , xác định phương trình đường thẳng hồi quy của  $y$  theo  $x$  và dùng phương trình này để dự đoán giá trị điện áp cực đại khi phần trăm hấp thụ ánh sáng bằng 18.5.

**Chú ý:** Một số giá trị  $z_\alpha$ ,  $t_{\alpha,14}$

$\alpha$	0.005	0.01	0.015	0.02	0.025	0.03	0.035	0.04	0.045	0.05
$z_\alpha$	2.576	2.326	2.170	2.054	1.960	1.881	1.812	1.751	1.695	1.645
$t_{\alpha,14}$	2.977	2.624	2.415	2.264	2.145	2.046	1.962	1.888	1.821	1.761

*Ghi chú: Cán bộ coi thi không được giải thích đề thi.*

Chuẩn đầu ra của học phần (về kiến thức)	Nội dung kiểm tra
[CDR 2.1]: Sử dụng được giải tích tổ hợp để tính xác suất theo quan điểm đồng khả năng [CDR 2.2]: Sử dụng được các công thức tính xác suất, đặc biệt là xác suất có điều kiện [CDR 2.3]: Lập được bảng phân phối xác suất của biến ngẫu nhiên rời rạc. Sử dụng được hàm phân phối xác suất và hàm mật độ xác suất của biến ngẫu nhiên liên tục [CDR 2.4]: Tính định được kỳ vọng, phương sai, median, mod của biến ngẫu nhiên và cách sử dụng các số đặc trưng này [CDR 2.5]: Sử dụng được phân phối siêu bội, nhị thức, Poisson, chuẩn và mối liên hệ giữa các phân phối này	Câu I
[CDR 2.6]: Tính được giá trị của trung bình mẫu, phương sai mẫu bằng máy tính bỏ túi [CDR 2.7]: Tìm được (giá trị) của khoảng tin cậy cho tỷ lệ, trung bình và phương sai ứng với số liệu thu được [CDR 2.8]: Sử dụng được các tiêu chuẩn kiểm định giả thiết để giải quyết các bài toán liên quan và áp dụng được trong thực tế [CDR 2.9]: Sử dụng được hàm hồi qui tuyến tính thực nghiệm	Câu II

Ngày 08 tháng 04 năm 2026

**Trưởng bộ môn**

**Phạm Văn Hiểu**